Martin Beránek, 1.F, X–11

XII. Měření viskozity

PRACOVNÍ ÚKOL:

1. Změřte dynamickou viskozitu destilované vody při pokojové teplotě metodou výtoku kapaliny kapilárou z Mariotteovy lahve.
2. Určete teplotní závislost kinematické viskozity destilované vody v oboru teplot od 20°C do 60°C metodou Ubbelohdova viskozimetru.
3. Sestrojte graf teplotní závislosti kinematické viskozity. Určete aktivační energii děje.

TEORIE: Prvním úkolem bylo změřit dynamickou viskozitu vody při pokojové teplotě pomocí Mariotteovy lahve. Voda z lahve vytéká kapilárou pod stálým tlakem. Stálý tlak je zajištěn tím, že do lahve přichází vzduch trubičkou ústící ve výšce h nad osou kapiláry, takže hydrostatický tlak (a tedy i přetlak, který tlačí vodu do kapiláry) je

$$p = h\rho g\,. \tag{1}$$

Hodnotu viskozity určím podle Poisseuillova vztahu

$$V = \frac{\pi r^4 p t}{8\eta l}\,, \tag{2}$$

kde V je objem tekutiny s dynamickou viskozitou η, který za čas t proteče kapilárou o poloměru r a délce l, pokud je mezi jejími konci konstantní rozdíl tlaků p. Aby tento vztah platil, musí být Reynoldsovo číslo menší než 10^3. Jeho hodnotu určím jako

$$\mathrm{Re} = \frac{rv\rho}{\eta} = \frac{V\rho}{\pi r t \eta}\,. \tag{3}$$

Protože mi jde jen o řádový odhad, dovolím si zanedbání ve smyslu předpokladu, že voda proudí celým průřezem kapiláry konstantní rychlostí. Měřil jsem dobu, za kterou vyteče objem $0{,}00005\,\mathrm{m}^3$ při poloměru kapiláry přibližně $0{,}0006\,\mathrm{m}$, dynamické viskozitě $0{,}001\,\mathrm{m}^{-1}\,\mathrm{kg}\,\mathrm{s}^{-1}$ a hustotě $1000\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$. Zjištěné časy byly přibližně $150\,\mathrm{s}$. Z toho vychází hodnota Reynoldsova čísla řádu 10^2, takže předpoklad platnosti vztahu (2) je splněn. Sloučením rovnic (1) a (2) získám výsledný vzorec pro výpočet viskozity

$$\eta = \frac{\pi r^4 h\rho g t}{8Vl}\,. \tag{4}$$

Dále jsem měřil teplotní závislost kinematické viskozity destilované vody na teplotě. Použil jsem k tomu Ubbelohdův viskozimetr ponořený ve vodní lázni s konstantní teplotou. Při měření určuji pouze čas, za který viskozimetrem proteče určité množství vody a viskozitu pak určím podle vztahu

$$\nu = At - \frac{B}{t}\,, \tag{5}$$

kde A a B jsou konstanty charakterizující viskozimetr. Pro použitý přístroj to je $A = 3{,}000 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-2}$ a $B = 2{,}58 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2$ (podle dokumentace k viskozimetru).

Pro teplotní závislost viskozity kapalin platí Frenkelův vztah

$$\nu = A \exp\left(\frac{\Delta E_\mathrm{p}}{kT}\right)\,, \tag{6}$$

kde ΔE_p je aktivační energie potřebná pro přemístění molekuly (neboli hloubka potenciálové jámy každé molekuly) a T termodynamická teplota kapaliny.

Zlogaritmováním rovnice (6) získám lineární závislost logaritmu viskozity na převrácené hodnotě teploty

$$\ln\nu = C_1 + \frac{\Delta E_\mathrm{p}}{k} \cdot \frac{1}{T}\,. \tag{7}$$

Hodnoty konstant v (7) získám z naměřených údajů lineární regresí. Směrnice grafu bude $\Delta E_\mathrm{p}/k$ a po vynásobení Boltzmannovou konstantou vyjde hodnota aktivační energie transportního děje ΔE_p, odpovídající energii potřebné k překonání mezimolekulárních sil.

MĚŘENÍ: Při **měření metodou výtoku kapilárou** je potřeba zjistit několik údajů. Vertikální vzdálenost ústí trubičky od osy kapiláry h jsem měřil katetometrem. Přesnost samotného přístroje je dostatečně velká. Mnohem více se projevuje to, že trubička není zakončena rovným řezem a při odtékání vody vytváří vnikající vzduch bublinky, které také mění vzdálenost h. Budu proto výslednou hodnotu rozdílu výšek uvažovat s chybou $\pm 1\,\mathrm{mm}$. Naměřil jsem hodnoty $h_1 = 55{,}4\,\mathrm{mm}$ a $h_2 = 111{,}7\,\mathrm{mm}$, takže

$$h = (56{,}3 \pm 1{,}0) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\,.$$

Tíhové zrychlení určím podle [2] – hodnota pro Prahu je

$$g = (9{,}81077 \pm 0{,}000005)\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

Délka kapiláry a její průřez byl zadán

$$l = (147{,}4 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\,,$$
$$r = (0{,}645 \pm 0{,}015) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\,.$$

Měřil jsem za jak dlouho vyteče do odměrného válce 50 ml vody. Předpokládám chybu v určení objemu $\pm 0{,}2\,\mathrm{ml}$.

$$V = (50{,}0 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3}\,.$$

Naměřené časy jsou uvedeny v tabulce 1.

měření	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t [s]	169,9	171,1	169,3	169,3	168,8	167,7	167,6	169,6	169,1	169,6

Tabulka 1

Chybu měření času odhaduji na $\pm 0{,}4\,\mathrm{s}$. Nevychýlený odhad disperze souboru dat je $(\tilde{\sigma}^2)^\star = 1{,}0467\,\mathrm{s^2}$. Žádná naměřená hodnota se neliší o víc než $3\tilde{\sigma}^\star$, takže celková odchylka určení času

$$\sigma_{\mathrm{celk}} = 1{,}0\,\mathrm{s}\,.$$

Spočítám aritmetický průměr hodnot

$$t = (169{,}2 \pm 1{,}0)\,\mathrm{s}\,.$$

Protože naměřené hodnoty násobím, potřebuji k určení výsledné chyby spočítat čtverce relativních chyb jednotlivých hodnot

$$\eta_h{}^2 = 0{,}315 \cdot 10^{-3} \qquad \eta_r{}^2 = 0{,}541 \cdot 10^{-3}$$
$$\eta_\rho{}^2 = 0{,}023 \cdot 10^{-6} \qquad \eta_V{}^2 = 0{,}016 \cdot 10^{-3}$$
$$\eta_g{}^2 = 0{,}260 \cdot 10^{-12} \qquad \eta_t{}^2 = 0{,}035 \cdot 10^{-3}$$
$$\eta_l{}^2 = 0{,}460 \cdot 10^{-6}$$

Suma je pak (s tím, že $\eta_r{}^2$ započítám čtyřikrát, protože se r ve vzorci vyskytuje ve čtvrté mocnině) $\eta_\eta{}^2 = 0{,}00253$ a $\eta_\eta = 0{,}050$. Tedy pětiprocentní odchylka daná hlavně nepřesností určení průměru kapiláry. Výsledná hodnota dynamické viskozity vody při teplotě $(24{,}8 \pm 0{,}5)^\circ\mathrm{C}$ je podle vzorce (4)

$$\underline{\underline{\eta = (0{,}86 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^{-1}\,kg\,s^{-1}}}}\,.$$

Druhé měření jsem prováděl **Ubbelohdovým viskozimetrem**. Podle dokumentace k přístroji je konstanta A ve vzorci (5)

$$A = (3{,}000 \pm 0{,}0005) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m^2\,s^{-2}}\,.$$

Hodnota B přímo udána nebyla, ale podle výsledku kontrolního měření, kdy viskozimetrem protekla referenční kapalina o kinematické viskozitě $1{,}0038\,\mathrm{mm^2\,s^{-1}}$ za průměrný čas 337,15 s vychází

$$B = (2{,}58 \pm 0{,}01) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2}\,.$$

Měřil jsem časy pro šest různých teplot. Nepřesnost určení teploty je $\pm 0{,}3\,\mathrm{K}$ a času $\pm 0{,}4\,\mathrm{s}$. Naměřené časy jsou přibližně 300 sekund, takže vidím, že systematická chyba způsobená měřidly bude zanedbatelně malá (v řádu desetiny procenta). Mnohem větší je disperze naměřených hodnot, kterou odhadnu z lineární regrese podle vztahu (7).

Naměřené a přepočítané hodnoty jsou v tabulce 2, kde hodnoty $\Delta(\ln\nu)$ jsou odchylky od lineární funkce získané podle vztahu (7). Odhad standardní odchylky logaritmu viskozity je potom $\sigma = 0{,}043$ (žádnou z naměřených hodnot tedy jako hrubou chybu nevyloučím) a pro rozsah měřených hodnot vychází horní odhad relativní chyby ν rovný 4 procentům.

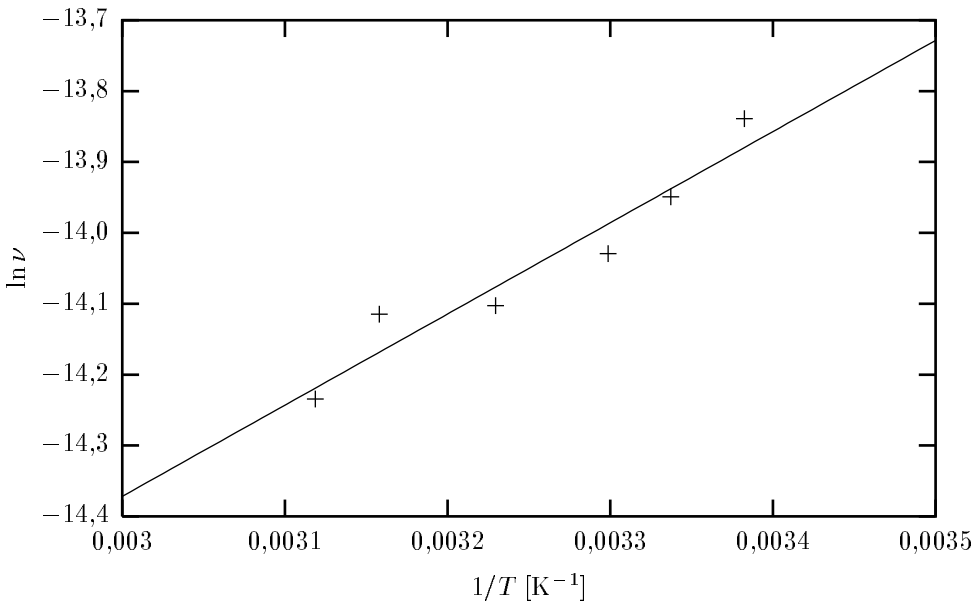
$T\,[\mathrm{K}]$	$t\,[\mathrm{s}]$	$\nu \cdot 10^6\,[\mathrm{m^2\,s^{-1}}]$	$1/T\,[\mathrm{K^{-1}}]$	$\ln\nu$	$\Delta(\ln\nu)$
295,65	328,2	0,978	0,00338	−13,84	0,041
299,65	294,6	0,875	0,00338	−13,95	−0,011
303,15	272,3	0,807	0,00330	−14,03	−0,042
309,65	253,5	0,750	0,00323	−14,10	−0,026
316,65	250,6	0,742	0,00316	−14,11	0,054
320,65	223,1	0,658	0,00312	−14,23	−0,015

Tabulka 2

Lineární regresí získám koeficienty

$$C_1 = (-18{,}2 \pm 0{,}6) \qquad \text{a} \qquad \frac{\Delta E_\mathrm{p}}{k} = (1300 \pm 200)\,\mathrm{K}\,.$$

Naměřené hodnoty a spočítaná lineární závislost je vynesena v grafu 1.



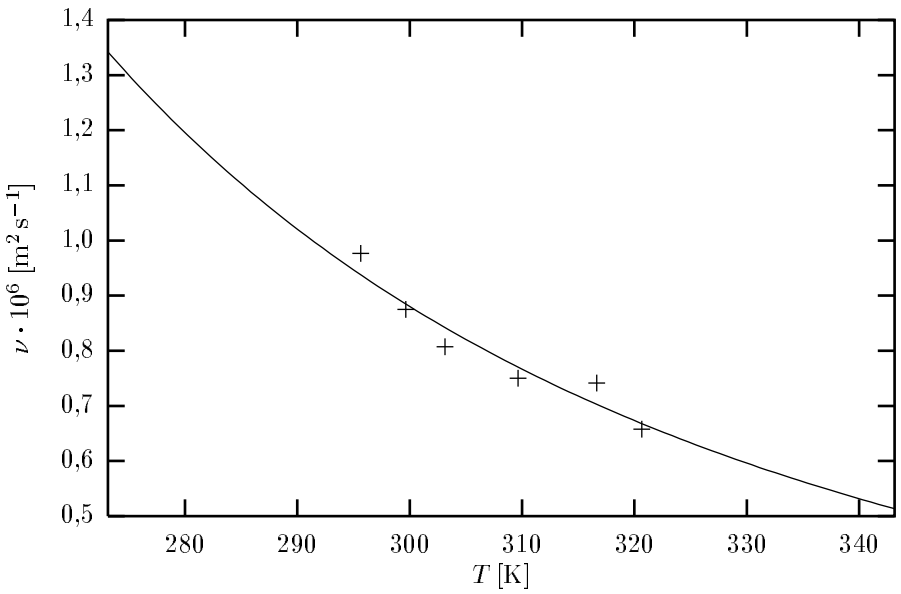
Graf 1

Boltzmannovou konstantu znám dostatečně přesně, takže

$$\underline{\underline{\Delta E_\mathrm{p} = (18 \pm 3) \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J} = (0{,}11 \pm 0{,}02)\,\mathrm{eV}}}\,.$$

V grafu 2 je vynesena závislosti kinematické viskozity na teplotě v rozsahu 0–70°C. Exponenciální křivku jsem získal z rovnice (7).

DISKUZE: Hodnota dynamické viskozity vody získaná metodou měření výtoku kapaliny z Mariotteovy lahve je poměrně přesná. Disperze naměřeného souboru časů je malá, takže největší chybu způsobuje fakt, že neznám přesně průřez kapiláry (spolu s tím, že tento průřez je ve výpočtu použit ve čtvrté



Graf 2

mocnině). Podmínka platnosti použitého modelu – dostatečně malé Reynoldsovo číslo, je splněna také, takže by se neměly projevit žádné další chyby.

Při měření pomocí Ubbelohdova viskozimetru je chyba přístroje dost malá, ale mnohem větší je disperze souboru naměřených dat (vzhledem k předpokládané teoretické závislosti). Nejpravděpodobnější je, že se poblíž ústí kapiláry vytvoří bublinka, která pak brání protékání vody a vyjde delší čas. Nicméně pokud hodnotu kinematické viskozity pro teplotu 24,8°C získanou z proložené exponenciály vynásobím hustotou vody při této teplotě (viz první měření), vyjde mi dynamická viskozita, která je ve velmi dobré shodě s údajem získaným první metodou (a také s tabulkovou hodnotou).

Z údajů získaných lineární regresí jsem ještě na základě Frenkelova vztahu (6) zjišťoval aktivační energii pro přesun molekuly vody. Změřenou hodnotu ale nedokážu nezávisle teoreticky ověřit.

Graf 2 závislosti kinematické viskozity na teplotě je zobrazen v mnohem větším rozsahu, než v jakém byly měřeny hodnoty viskozity, takže na okrajích křivky je přesnost odečtených už dost nízká a mají spíše orientační charakter.

ZÁVĚR: Změřená hodnota dynamické viskozity vody při pokojové teplotě pomocí Mariotteovy lahve odpovídá hodnotě pro příslušnou teplotu získané měřením Ubbelohdovým viskozimetrem i tabulkové hodnotě.

Při měření teplotní závislosti Ubbelohdovým viskozimetrem se projevily velké náhodné chyby, takže výsledek není příliš přesný i když systematické chyby jsou zanedbatelně malé.

LITERATURA:

[1] D. Slavínská, I. Stulíková, P. Vostrý: Fyzikální praktikum I. SPN, Praha 1989
[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980